

Beispiel 13

Das unbestimmte Integral

$$J(t) = \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x^2 \sin^2 t + 1}}{(x^2 + 1)^2} dx$$

kann mit Hilfe des elliptischen Integrals bestimmt werden. Es ist nämlich

$$J(t) = E(\cos t)$$

Dabei bezeichnet $E(k)$ das vollständige elliptische Integral 2. Gattung. Es wird $J(t)$ für $t = \alpha^{\circ}, \alpha^{\circ} + \beta^{\circ}, \alpha^{\circ} + 2\beta^{\circ}, \dots, \alpha^{\circ} + n\beta^{\circ} = \gamma$ berechnet und ausgedrückt.

Benutzte Unterprogramme: E(k), COS, GKEIN (siehe Gebrauchsanleitung für UP: "E(k)").

Einzulesender Parameter: α, β, γ (im Grad, Gleitkommazahl).

Programm im symbolischen Code:

```

10 ANF 3000
GK 3.1415926536, 180 :PI
ANF 1000
BAG : START
SETZE ~42000 : PAR
S GKEIN
LBF PAR

SSP 0
B PAR
SSP 1 : 5
T PAR+6
SSN PAR+6
SSW PAR+7
. PI
: P1+2
S COS
S E(K)
LBF HORNER
T PAR+6
SSP 2
SSW PAR+6
SSW PAR+7
B PAR
V PAR+4
SG STOP
+ PAR+2
T PAR
BIB S/9
STP : STOP
BIB : COS
BIB : GKEIN
ENDE START
    
```

Koeffizientenstreifen:

o, 1o, 9o;;

Uep im Maschinenoode:

1oo0 72oo o oo
1oo1 1oo4 o 12
1oo2 2ooo o oo
1oo3 78oo o oo
1oo4 2ooo o 31

1oo5 78o1 o oo
1oo6 2oo6 o 32
1oo7 2oo6 o 68
1oo8 2oo7 o 68
1oo9 3ooo o 37

1o1o 3oo2 o 38
1o11 1o27 o 12
1o12 124o o 12
1o13 1228 o oo
1o14 2oo6 o 32

1o15 78o2 o oo
1o16 2oo6 o 68
1o17 2oo7 o 68
1o18 2ooo o 31
1o19 2oo4 o 27

1o2o 1o24 o 15
1o21 2oo2 o 35
1o22 2ooo o 32
1o23 1oo5 9 91
1o24 79oo o oo

1o25 9999 9 99
1o26 9999 9 99

Beispiel 13

Unterprogramm " E(k) " : Vollständiges elliptisches Integral 2. Gat-
tung

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi$$

Verfahren: Approximation nach Tschebyscheff.

$$E(k) \approx (1+a_1 z + \dots + a_4 z^4) - (b_1 z + \dots + b_4 z^4) \ln z$$

$$\text{mit } z = 1 - k^2 \quad \text{für } 0 \leq k < 1$$

$$E(1) = 1$$

Benötigte Unterprogramme: Horner, LN.

Im Anschluss an den Sprungbefehl ins UP " E(k) " steht in überge-
ordnetem Programm die Sprungadresse des UP " Horner "

Programm im symbolischen Code:

```

ANF 2000
BLK 6      :HZ
ANF 1000
TRA 0/9
BB  x-x    * SPRUNGADRESSE FUER 'HORNER' NACH JB
+ID 1/0
TRA ENDE-x/9 * RUECKSPRUNGADRESSE
V  EINS-x/9
SI  ENDE-x/9 * FALLS K=1, E(K)=1
TB  SADR1-x/9 * SPRUNGADRESSE FUER 'HORNER' EINSETZEN
TB  SADR2-x/9 * SPRUNGADRESSE FUER 'HORNER' EINSETZEN
BBD A-x/9
TB  SADR1+1-x/9 * ANFANGSADR. DER KOEFF. A EINSETZEN
BBD B-x/9
TB  SADR2+1-x/9 * ANFANGSADR. DER KOEFF. B EINSETZEN
T  HZ-x/9    * K WEGSPEICHERN
.  HZ-x/9
-  EINS-x/9
TH HZ-x/9
B  HZ-x/9    * Z=1-K*K
S  x-x :SADR1 * ABSPRUNG 'HORNER'
LBF x-x     * ANFANGSADR. DER KOEFF. A
T  HZ+2-x/9 * A(Z)=1+A[1]*Z+....
B  HZ-x/9
S  x-x :SADR2 * ABSPRUNG 'HORNER'
LBF x-x     * ANFANGSADR. DER KOEFF. B
T  HZ+4-x/9 * B(Z)=B[1]*Z+....
B  HZ-x/9
S  LN-x/9   * LN(Z)
.  HZ+4-x/9
T  HZ+4-x/9 * B(Z)=LN(Z)
B  HZ+2-x/9
-  HZ+4-x/9 * E(K)=A(Z)-B(Z)-LN(Z)
S  x-x :ENDE * RUECKSPRUNG INS UEP

GK .01736506451,.04757383546,.0626060122,.44325141463 :A
GK Q1 :EINS
GK .00526449639,.04069697526,.09200180037,.2499836831 :B
GK Q0

```

BIB :LN

ENDE
;9999999999999999

Unterprogramm "Horner" zur Berechnung von

$$y = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad (n \geq 1)$$

Im Anschluss an den Sprungbefehl ins UP "Horner" steht im übergeordneten Programm die Anfangsadresse der Koeffizienten $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$. a_0 ist mit Q markiert. ...

Programm im symbolischen Code:

| | | |
|-------|------------|-------------------------------------|
| TRA | 0/9 | |
| BI | ~~/7 | ⊕ ANFANGSADRESSE DER KOEFF. NACH J7 |
| +ID | 1/0 | |
| TRA | ENDE~/9 | ⊕ RUECKSPRUNGADRESSE EINSCHREIBEN |
| SETZE | ~+1000 :X | |
| T | X~/9 | ⊕ X WEGSPEICHERN |
| B | 0/7 | ⊕ A[N] ERGIBT Y |
| +ID | 2/7 :MARKE | ⊕ N-1 ERGIBT N |
| . | X~/9 | |
| + | 0/7 | ⊕ Y=X+A[N] ERGIBT Y |
| SQMA | MARKE~/9 | ⊕ SPRUNG, FALLS N UNGLEICH 0 |
| S | ~~/~ :ENDE | ⊕ RUECKSPRUNG INS UEP |
| ENDE | | |

;9999999999999999

0011 6 87
5797 4 65

0000 9 89
0000 7 90
0001 0 93
0006 9 89
0999 9 32
0000 7 31
0002 7 93
0996 9 37
0000 7 35
9996 9 18
0000 0 12

9999 9 99
9999 9 99

Beispiel 13

Maschinenprogramm:

0145 0 06
5147 1 15

0000 9 89
0000 0 80
0001 0 93
0026 9 89
0034 9 28
0024 9 13
0010 9 86
0013 9 86
0022 9 81
0008 9 86
0030 9 81
0010 9 86
0987 9 32
0906 9 37
0024 9 36
0984 9 34
0933 9 31
0000 0 12
0000 0 00
0982 9 32
0979 9 31
0000 0 12
0000 0 00
0980 9 32
0975 9 31
0025 9 12
0977 9 37
0976 9 32
0973 9 31
0974 9 36
0000 0 12

Ergebnisse:

| | |
|-------------|-------------------------|
| T = 00 GRAD | E(COS T) = 1,0000000000 |
| T = 10 GRAD | E(COS T) = 1,0401124874 |
| T = 20 GRAD | E(COS T) = 1,1183725406 |
| T = 30 GRAD | E(COS T) = 1,2110476041 |
| T = 40 GRAD | E(COS T) = 1,3055281973 |
| T = 50 GRAD | E(COS T) = 1,3931281905 |
| T = 60 GRAD | E(COS T) = 1,4674505204 |
| T = 70 GRAD | E(COS T) = 1,5237856771 |
| T = 80 GRAD | E(COS T) = 1,5508316158 |
| T = 90 GRAD | E(COS T) = 1,5707963259 |

1173 6 50
6451 0 49
1475 7 38
3546 0 49
1626 0 60
1220 0 49
1443 2 51
4146 3 50
4100 0 00
0000 0 51
1526 4 49
6390 0 48
1406 9 69
7526 0 49
1920 0 18
0037 0 49
1249 9 83
6831 0 50
4000 0 00
0000 0 00

9999 9 99
9999 9 99